PART4 高次導関数

要点整理と公式

要点 ① 第 n 次導関数

関数 $y=f(x)$ の導関数 $f'(x)$ が x で微分可能であるとき，$f'(x)$ の導関数を $f(x)$ の「　　　　　　　」といい，「　　　　」と表す。また，関数 $f(x)$ の第 2 次導関数は，$f''(x)$ のほかにも y''，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$，$\dfrac{d^2}{dx^2}f(x)$ などの記号で表す。

また，$f''(x)$ の導関数を $f(x)$ の「　　　　　　　」といい，「　　　　」と表す。$f'''(x)$ のほかにも y'''，$\dfrac{d^3y}{dx^3}$，$\dfrac{d^3}{dx^3}f(x)$ などの記号で表す。

これに対し，$f'(x)$ を $f(x)$ の第 1 次導関数ということがある。

(ex) $y=x^3+2x^2+3x+4$ について

$$y'=3x^2+4x+3$$

$$y''=6x+4$$

$$y'''=6$$

一般に，関数 $y=f(x)$ を n 回微分して得られる関数を，$y=f(x)$ の「　　　　　　　」といい

$$\quad\quad,\ f^{(n)}(x),\ \frac{d^ny}{dx^n},\ \frac{d^n}{dx^n}f(x)$$

などの記号で表す。$y^{(1)}$，$y^{(2)}$，$y^{(3)}$ はそれぞれ y'，y''，y''' を表す。

第 2 次以上の導関数を，高次導関数という。

(ex) $y=e^{2x-1}$ について

$$y'=e^{2x-1}\cdot(2x-1)'=2e^{2x-1}$$

$$y''=2e^{2x-1}\cdot(2x-1)'=4e^{2x-1}$$

$$y'''=4e^{2x-1}\cdot(2x-1)'=8e^{2x-1}$$

であり

$$y^{(n)}=$$

である。

[MEMO]

4　次の関数の第 4 次までの導関数を求めよ。

(1)　$y=\sin x$　　(2)　$y=e^{-x}$

Point Pickup

高次導関数

関数 $y=f(x)$ を n 回微分して得られる関数を，$y=f(x)$ の第 n 次導関数という。

第 2 次以上の導関数を，高次導関数という。

第 9 講 PART4 確認問題

次の関数の第 4 次までの導関数を求めよ。

答えは下の①～⑥のうちから選べ。

1 $y=\cos x$

$y'=$ [ア]

$y''=$ [イ]

$y'''=$ [ウ]

$y^{(4)}=$ [エ]

① $\sin x$　② $-\sin x$　③ $\cos x$

④ $-\cos x$　⑤ $\tan x$　⑥ $-\tan x$

2 $y=e^{2x}$

$y'=$ [オ]

$y''=$ [カ]

$y'''=$ [キ]

$y^{(4)}=$ [ク]

① e^{2x}　② $2e^{2x}$　③ $4e^{2x}$

④ $6e^{2x}$　⑤ $8e^{2x}$　⑥ $16e^{2x}$

PART4 高次導関数

4 次の関数の第 4 次までの導関数を求めよ。

(1) $y=\sin x$　　(2) $y=e^{-x}$

[解答]

(1) $y=\sin x$，$y'=\cos x$，$y''-\sin x$，$y'''=-\cos x$，$y^{(4)}=\sin x$

(2) $y=e^{-x}$，$y'=e^{-x}\cdot(-x)'=-e^{-x}$，$y''=-e^{-x}\cdot(-x)'=e^{-x}$，

$y'''=e^{-x}\cdot(-x)'=-e^{-x}$，$y^{(4)}=-e^{-x}\cdot(-x)'=e^{-x}$

第 9 講　PART4 確認問題 解答

1　**[正解]** ア：②，イ：④，ウ：①，エ：③

[解説]

$y' = (\cos x)' = \boldsymbol{-\sin x}$ [A]

$y'' = (-\sin x)' = \boldsymbol{-\cos x}$

$y''' = (-\cos x)' = \boldsymbol{\sin x}$

$y^{(4)} = (\sin x)' = \boldsymbol{\cos x}$

[A]　$(\sin x)' = \cos x$
　　$(\cos x)' = -\sin x$

2　**[正解]** オ：②，カ：③，キ：⑤，ク：⑥

[解説]

$y' = \left(e^{2x}\right)' = e^{2x} \cdot (2x)' = \boldsymbol{2e^{2x}}$ [B]

$y'' = \left(2e^{2x}\right)' = 2 \cdot 2e^{2x} = \boldsymbol{4e^{2x}}$

$y''' = \left(4e^{2x}\right)' = 4 \cdot 2e^{2x} = \boldsymbol{8e^{2x}}$

$y^{(4)} = \left(8e^{2x}\right)' = 8 \cdot 2e^{2x} = \boldsymbol{16e^{2x}}$

[B]　$(e^x)' = e^x$
　　$\{e^{f(x)}\}' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$